

Komplex vizsga főtárgy

Sztochasztikus modellek

Tematika

A valószínűségelmélet alapjai. Valószínűségi mező, Caratheodory-féle kiterjesztési tétel. Valószínűségi változók, eloszlásfüggvények, Lebesgue-Stieltjes-mérték, függetlenség, Fubini-tétel. Kolmogorov-féle alaptétel.

A valószínűségelmélet határérték tételei. A nagy számok gyenge és erős törvényei. Karakterisztikus függvények, központi határeloszlás-tételek. Valószínűségi mértékek konvergenciája függvényterekben, a C és a D tér.

A normális eloszlás statisztikai szerepe. Az egy- és a többdimenziós normális eloszlás definíciója és tulajdonságai. A normálisból származó egyéb eloszlások. Feltételes eloszlás a normális esetben. Gauss-féle sztochasztikus folyamat (Gauss-rendszer). Legjobb lineáris predikció Gauss-rendszerben.

Az adatbányászat statisztikai alapjai. Adatok előfeldolgozása, adatfeltárás, leíró statisztikák, vizualizáció. Osztályozási módszerek alkalmazásai az adatbányászatban.

Statisztikai becslések. Pontbecslések tulajdonságai: torzítatlan, konzisztens, hatásos becslések. Becslési módszerek, a maximum-likelihood-becslés. A Rao-Cramér-féle egyenlőtlenség. Elégséges statisztikák, Fisher-Neyman-féle faktorizációs tétel, a Rao-Blackwell-tétel. Az exponenciális eloszláscsalád. Konfidencia intervallumok. Nemparaméteres becslések.

Statisztikai próbák. Nullhipotézis, ellenhipotézis, kritikus tartomány, erőfüggvény. Véletlenített próbák, a Neyman-Pearson-lemma. Paraméteres próbák. Nem-paraméteres próbák, Kolmogorov-Szmirnov-féle próbák. Normalitásvizsgálat.

Szórásanalízis és regresszióanalízis. Lineáris regresszió. Fisher-Cochran-tétel, a szórásanalízis modelljei. Lineáris modell. Legkisebb négyzetes és maximum-likelihood becslés a lineáris modellben, a Gauss-Markov-tétel. Hipotézis vizsgálat a lineáris modellben. A szórásanalízis és a regresszióanalízis feladatainak kapcsolata a lineáris modellel.

Osztályozási módszerek. Bayes-döntés, logisztikus regresszió, diszkriminancia analízis, legközelebbi társ módszer, klaszteranalízis, neurális hálók. Példák.

Dimenziócsökkentési eljárások. Főkomponens analízis, kanonikus korreláció analízis, faktoranalízis. Példák.

Neurális hálózatok. A többrétegű perceptron, error back-propagation, optimalizálási módszerek. Konvolúciós hálózatok. Radial basis function network, büntető függvények. Tartó vektor gépek, Kuhn-Tucker-tétel. Rekurrens hálózatok. Függvényillesztés és osztályozás neurális hálókkal.

Diszkrét idejű martingálok. Martingál, szubmartingál, szupermartingál definíciója, példák, alaptulajdonságok, szubmartingálok Doob-felbontása, megállási idők, opcionális megállási tétel, Wald-azonosság,

Doob-féle maximálegyenlőtlenség, Doob felmetszési lemmája, szubmartingál- és martingál konvergencia tételek.

Diszkrét idejű Markov-lánc definíciói, állapotok osztályozása, periódusa, típusa, diszkrét felújítási egyenlet, Pólya tétele szimmetrikus véletlen bolyongásról, stacionárius eloszlás és mérték, Perron tétele, ergodikus tételek.

Sztocasztikus kalkulus. Folytonos idejű martingálok (Doob-féle maximál egyenlőtlenség, (szub)martingál konvergencia tétel, kvadratikus variáció). Wiener-folyamat (definíció, létezés, tulajdonságok, martingál karakterizáció), Markov-folyamatok. Sztocasztikus integrálok (definíció, tulajdonságok, Itô-formula). Sztocasztikus differenciálegyenletek (erős és gyenge megoldás létezése, megoldás egyértelműségének kérdése). Lineáris sztochasztikus differenciálegyenletek (speciálisan a Wiener-híd és az Ornstein-Uhlenbeck-folyamat).

Idősorok analízise. ARMA, ARIMA modellek, lag operátor, stacionaritás, autokovariancia, autokorreláció, előrejelzés, Box-Jenkins módszertan, determinisztikus trend. A VAR (vektor-autoregresszió) modellek és a kointegráció alapjai.

Hálózatok modellezése, véletlen gráfok. Erdős-Rényi, Barabási-Albert és Watts-Strogatz modellek. Fokszámeloszlás (skálamentesség), kis világ tulajdonság, klaszterezettség.

Irodalom

1. Ash, R. B.: Real analysis and probability. Academic Press, New York, 1972.
2. Ash, R. B., Gardner, M. F.: Topics in stochastic processes. Academic Press, New York, 1975.
3. Athreya, K. B., Lahiri, S. N.: Measure Theory and Probability Theory, Springer, 2006.
4. Barabási, Albert-László: Network science. Cambridge University Press, 2018.
5. Bauer, H.: Probability Theory, Walter de Gruyter, Berlin, 1996.
6. Billingsley, P.: Convergence of probability measures. Wiley, New York, 1999.
7. Christensen, R., Linear models for multivariate, time series, and spatial data. Springer, New York, 1991.
8. Chung, K. L.: Markov chains. Springer, New York, 1967.
9. Chow, Y. S., Teicher H.: Probability Theory, 3rd edition, Springer 1978.
10. Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Polygon, 2010.
11. Durrett, R.: Random Graph Dynamics. Cambridge University Press, 2007.
12. Everitt, B., Hothorn, T.: An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R. Springer, 2011.
13. Fazekas István: Valószínűségszámítás, Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.
14. Fazekas I. (szerk.), Bevezetés a matematikai statisztikába. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.
15. Gibbons, J. D.: Nonparametric statistical inference. McGraw-Hill, New York, 1971.
16. Gihman, I. I., Szkorohod, A. V.: Bevezetés a sztochasztikus

- folyamatok elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
17. Giri, N. C., Introduction to probability and statistics. Dekker, New York, 1985.
 18. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
 19. Guttorp, P.: Stochastic Modeling of Scientific Data. Chapman and Hall, London, 1995.
 20. Hamilton, J. D.: Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.
 21. Haykin, S.: Neural Networks and Learning Machines. Pearson, 2009.
 22. Izenman, A. J.: Modern Multivariate Statistical Techniques Regression, Classification, and Manifold Learning. Springer, 2008.
 23. Karatzas, I., Shreve, S. E.: Brownian Motion and Stochastic Calculus, 2nd edition, Springer-Verlag, 1991.
 24. Lehmann, E. L., Romano, J. P.: Testing statistical hypotheses. Springer, 2005.
 25. Maddala, G. S.: Bevezetés az ökonometriába, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.
 26. Mardia, K. V., Kent, J. T.: Bibby, J. M., Multivariate analysis. Academic Press, London, 1979.
 27. Medvegyev, P.: Stochastic Integration Theory, Oxford University Press, 2007.
 28. Medvegyev Péter: Valószínűesszámitás 1., 2., Aula, 2002.
 29. Mogyoródi J., Michaletzky Gy.: Matematikai statisztika. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.
 30. Móri F. Tamás, Székely J. Gábor, Többváltozós statisztikai analízis. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
 31. Protter, P. E.: Stochastic Integration and Differential Equations, 2nd edition, Springer, 2005.
 32. Rényi, A.: Probability Theory, Dover Publications, Inc, 2007.
 33. Rényi Alfréd: Valószínűesszámitás. Tankönyvkiadó, Budapest, 1981.
 34. Scheffé, H.: The analysis of variance. Wiley, New York, 1999.
 35. Schervish, M. J.: Theory of statistics, Springer, New York, 1995.
 36. Shiryaev, N.: Probability, 2nd edition, Springer-Verlag, 1995.
 37. Tan, Pang-Ning; Steinbach, M., Kumar, V.: Adatbányászat. Panem, Budapest, 2012.
 38. Timm, N. H.: Applied Multivariate Analysis. Springer, 2002.
 39. Tomkó József: Sztochasztikus folyamatok. KLTE, Debrecen, 1977.
 40. Tusnády Gábor, Ziermann Margit: Idősorok analízise. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
 41. Vincze I.: Matematikai statisztika ipari alkalmazásokkal. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.

**A főtárgy választásához
kötelezően elvégzendő
tantárgyak**

Gépi tanulás; Válogatott fejezetek a valószínűesszámitásból

**A főtárgy választásához
ajánlottan elvégzendő
tantárgyak**

Fejezetek a sztochasztikus folyamatok elméletéből; Véletlen gráfok és hálózatok; Valószínűségi mértékek konvergenciája; Pénzügyi matematika